

1. ABSOLUTNÍ HODNOTA

definice absolutní hodnoty reálného čísla a geometrická interpretace, definice absolutní hodnoty komplexního čísla a geometrická interpretace, vzdálenost bodu od přímky (v rovině i v prostoru) a vzdálenost bodu od roviny, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou

1. Načrtněte graf funkce a uveďte její vlastnosti:

a) $f_1: y = 2|x - 3| + 1$

b) $f_2: y = 2x + |x + 1| - |2x + 5| + 3$

c) $f_3: y = |6 - 2x| - |x| + |x + 2| - 5$

d) $f_4: y = \left| \frac{3 - x}{x + 2} \right|$

e) $f_5: y = x|x - 4| + 3$

f) $f_6: y = |-x^2 + 2|x| + 3|$

2. Je dána krychle $ABCDEFGH$, $a = 4$ cm. Vypočítejte vzdálenost:

a) bodu A od přímky FH

b) dvou rovnoběžných přímk AE , CG

c) dvou mimoběžných přímk AE , FG

d) bodu F od roviny BEH

3. Na přímce $p = \{[1 - t; 2 + 3t] | t \in \mathbb{R}\}$ určete bod C tak, aby měl stejnou vzdálenost od daných dvou bodů $A[-4; 2]$, $B[2; -1]$.

4. Je dán trojúhelník ABC , $A[-3; 4]$, $B[-1; -2]$, $C[3; 6]$. Vypočítejte velikosti všech výšek.

5. Vypočítejte vzdálenost bodu $A[4; -6; 1]$ od přímky $p = \{[3 + t; 1 + t; -1] | t \in \mathbb{R}\}$.

6. Vypočítejte vzdálenost bodu M od přímky $p = AB$, je-li $M[1; 0; 5]$, $A[0; 1; 0]$, $B[1; 0; 2]$.

7. Vypočítejte vzdálenost bodu $A[4; 2; -3]$ od roviny $\rho: 2x - 2y + z + 5 = 0$.

8. Určete souřadnice bodu M' , který je s bodem $M[1; 0; 2]$ souměrný podle roviny $\rho: x - 2y - z + 13 = 0$.

9. Vypočítejte absolutní hodnotu komplexního čísla z :

a) $z = \frac{1 - 3i}{2 + i} + \frac{1 + 3i}{2 - i}$

b) $z = (2 + i)^2 + \frac{1 + i}{1 - i} + \frac{1}{i}$

10. Vypočítejte:

a) $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i} \right| - \left| \frac{1 - 3i}{5 + 2i} \right|$

b) $\left| 1 + 2i - \frac{2 - 5i}{3 - i} \right|$

c) $\left| 1 - i + \frac{1 + 2i}{3 - i} \right|$

11. Nakreslete v Gaussově rovině obrazy všech komplexních čísel z , pro která platí:

a) $|z - 1 + i| = 2$

b) $|z - 2 - i| > 4$

c) $|z| = |z - 2 + i|$

d) $|z - 1 - 3i| \geq |z + 2i|$

e) $\left| \frac{\bar{z}}{|z|} + |z| \right| \leq |z - 1|$

f) $|z + 1 - 2i| \leq 3 \wedge |z + 2 - 2i| > |z|$

g) $\left| z - \frac{1}{1 + i} \right| < |z|$

h) $\left| \frac{\bar{z}}{|z|} - |z| \right| > |z + i|$

12. Řešte v \mathbb{R} následující rovnice:

a) $|2x+1|+|1-2x|=3$

c) $|x+5|-|x-2|=|x|-x+7$

e) $(x+1)^2-2|x+1|+1=0$

g) $\frac{|x|+3}{|x|-3}=3$

b) $|x|+2|x+1|-3|x-3|=0$

d) $|x^2-3x+3|=2$

f) $|x^2-9|+|x^2-4|=5$

13. Řešte v \mathbb{R} následující nerovnice:

a) $3|x+1|-|3x+2|<0$

c) $|3x+1|-|x-2|+1>0$

e) $\left|\frac{2x+1}{x-3}+1\right|<1$

g) $|x-6|>x^2-5x+9$

b) $|x|+|2x-1|<x$

d) $|x|<|x-1|-|x+1|$

f) $x^2-5|x|+6<0$

h) $\frac{x^2+6x-7}{|x+4|}<0$

14. Řešte v \mathbb{R} soustavy nerovnice:

a) $2\leq|x-4|<5$

b) $3<|2x+4|<10$

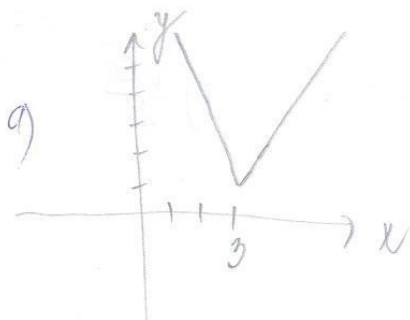
15. Řešte rovnice s neznámou $z\in\mathbb{C}$:

a) $|z|=1+2i+z$

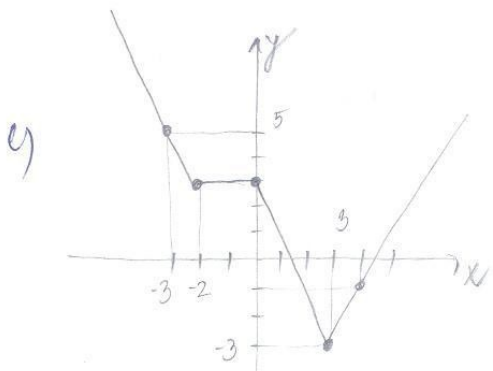
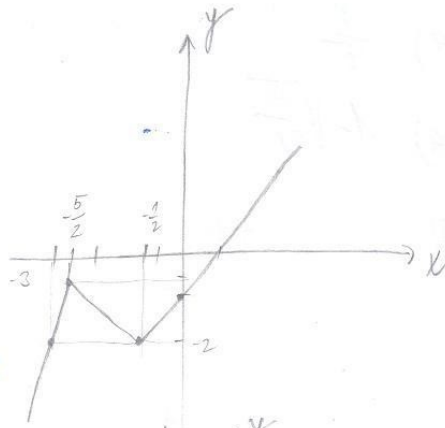
b) $|z+i|=2z+i$

Řešení

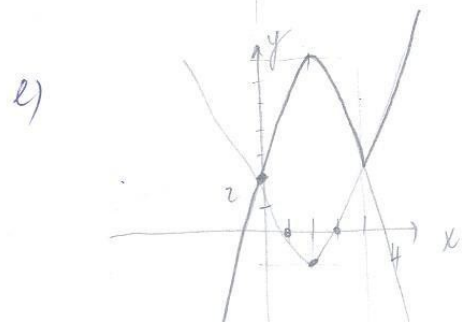
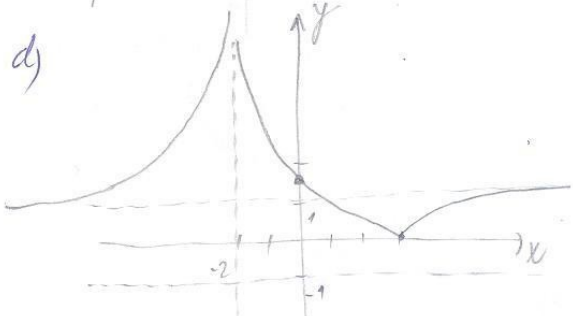
1. viz obrázek



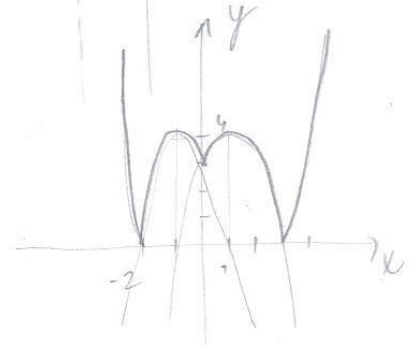
b)



d)



f)



2. a) $2\sqrt{6}$ cm b) $4\sqrt{2}$ cm c) 4 cm d) $2\sqrt{2}$ cm

3. $C\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right]$

4. $v_a = 2\sqrt{5}, v_b = 2\sqrt{10}, v_c = 2\sqrt{10}$

5. 6

6. $2\sqrt{6}$

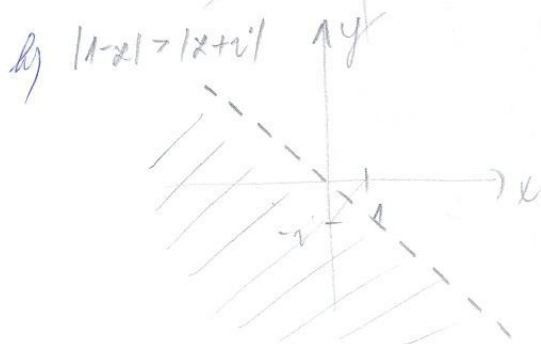
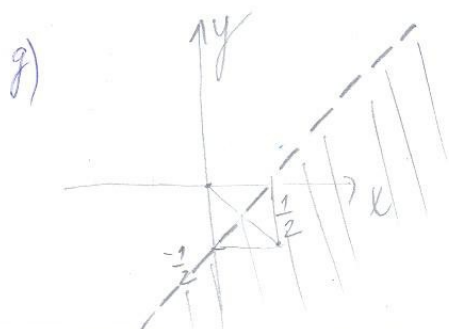
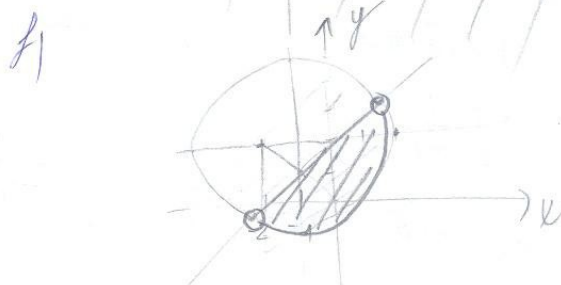
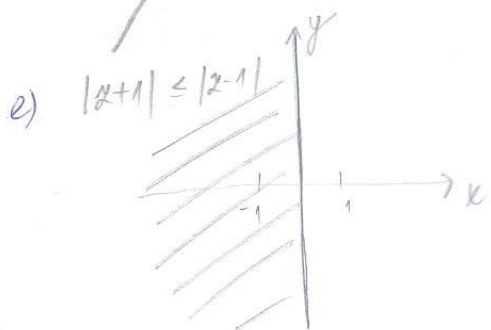
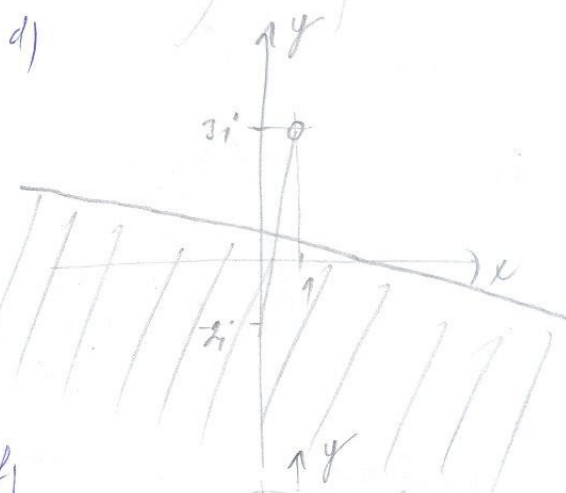
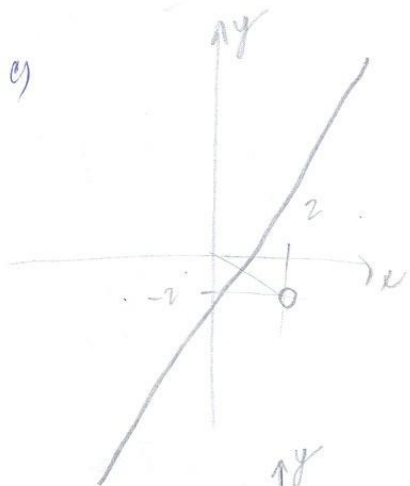
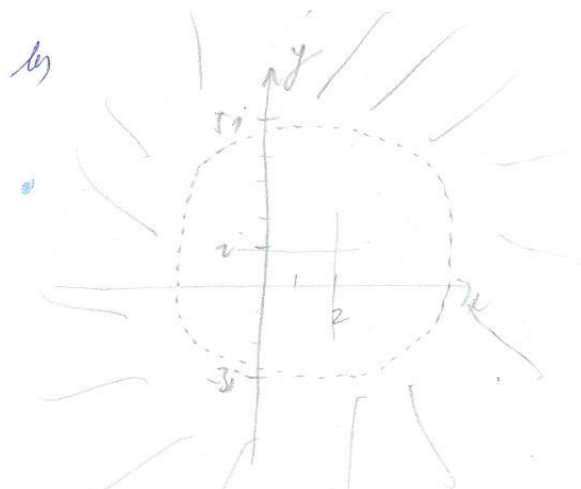
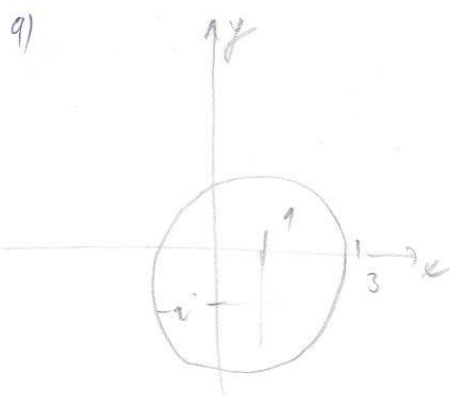
7. 2

8. $M'[-3; 8; 6]$

9. a) $\frac{8}{5}$ b) 5

10. a) $1 - \sqrt{\frac{10}{29}}$ b) $\frac{\sqrt{1090}}{10}$ c) $\frac{\sqrt{130}}{10}$

11. viz obrázek



12. a) $\pm \frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{6}$

c) $\langle 2; \infty \rangle$

d) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

e) $-2; 0$

f) $\langle -3; -2 \rangle \cup \langle 2; 3 \rangle$

g) ± 6

13. a) $\left(-\infty; -\frac{5}{6} \right)$

b) $\{ \}$

c) $(-\infty; -1) \cup (0; \infty)$

d) $(-\infty; 0)$

e) $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

f) $(-3; -2) \cup (2; 3)$

g) $(1; 3)$

h) $(-7; -4) \cup (-4; 1)$

14. a) $(-1; 2) \cup (6; 9)$

b) $\left(-7; -\frac{7}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$

15. a) $z = \frac{3}{2} - 2i$

b) $z = \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}i$