

12. MOCNINY A MOCNINNÉ FUNKCE

definice mocniny s přirozeným, celým a racionálním exponentem, vzorce pro úpravu výrazů s mocninami a odmocninami, usměrňování zlomků, přehled mocninných funkcí a jejich vlastnosti, binomická věta, Moivreova věta a umocňování komplexního čísla

1. Vypočítejte:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{12} - \sqrt{8})$

c) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

e) $(\sqrt{7} + 4) \cdot \left(\frac{21}{2\sqrt{7}} - \frac{12}{\sqrt{7} + 1} \right)$

g) $\sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[4]{5}}$

i) $\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{\sqrt{3 \sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[4]{27}}}$

b) $(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3})$

d) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

f) $\frac{(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2}{4\sqrt{5}}$

h) $\sqrt[6]{\frac{16}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2}$

2. Částečně odmocněte:

a) $8\sqrt{50} + 4\sqrt{32} - 6\sqrt{162}$

b) $\sqrt[3]{128} + 2\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{1024}$

3. Usměrněte zlomky:

a) $\frac{1}{3 - \sqrt{5}}$

b) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{10}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$

4. Zjednodušte následující výrazy a určete, kdy mají smysl:

a) $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{c^{-2} d^3}\right)^{-1} \left(\frac{c^4 d^{-1}}{a^{-3} b^2}\right)^2$

b) $[n^{-2} \cdot 3n^3 \cdot (6n)^{-1}]^{-2} : (2n^{-1})^0$

c) $\frac{(y^{\frac{1}{2}})^3 \cdot (y^2)^{\frac{1}{3}}}{y \cdot y^{\frac{2}{3}}}$

d) $\frac{(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} \cdot (x^{\frac{1}{6}})^{\frac{9}{4}}}{(x^2)^{\frac{7}{6}}}$

e) $\frac{(xy)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^2 y)^{-\frac{1}{3}}}{(xy^2)^{-\frac{2}{3}}}$

f) $\sqrt{z^3} \cdot \sqrt{z^2} \cdot \sqrt{z}$

g) $\sqrt{y \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{y}} \cdot \sqrt[4]{y}}$

h) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^3}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}$

i) $\left(\frac{8 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{8 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x^2 - 16}{4\sqrt{x}}$

j) $\frac{2}{1 + \sqrt{x}} - \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 2}{1 - x}$

k) $\sqrt[5]{\left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-1}}{\sqrt[3]{x}}\right)^{-3}}$

5. Načrtněte grafy funkcí:

a) $f_1: y = \frac{(-x)^3 \cdot (-x)^5}{x^4 \cdot (-x)^2}$

b) $f_2: y = \frac{x^2 \cdot (-x)^{-4}}{x \cdot (-x)^5} \cdot \frac{-x^6}{x^{-2} \cdot (-x)^{-3}}$

6. Řešte v \mathbb{R} rovnice:

a) $3\sqrt{x+5} - 5 = x$

b) $\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+1} = 2$

c) $\sqrt{-x} - \sqrt{1-x} = 1$

d) $\sqrt{7-2\sqrt{x}} = \sqrt{18-13\sqrt{x}}$

e) $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-7} = 2\sqrt{x}$

f) $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$

g) $\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2} = 4$

7. Vypočítejte všechny čtvrté odmocniny s čísla -8.

8. Užitím Moivreovy věty umocněte a výsledek převed'te do algebraického tvaru:

a) $(1+i)^{10}$

b) $(-\sqrt{2}-i\sqrt{2})^4$

c) $(-\sqrt{3}+i)^6$

d) $(1-i)^5$

9. Vypočítejte a^5 , jestliže $a = \frac{15-5i}{1+2i} - \frac{1-3i}{i} + (3+i)(-1+2i)$

10. Vypočítejte pátý člen binomického rozvoje $(1+y)^{10}$.

11. Vypočítejte desátý člen binomického rozvoje $(2a+b)^{15}$.

12. Určete $x \in \mathbb{R}$ tak, aby pátý člen binomického rozvoje $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^9$ byl roven 2016.

13. Který člen binomického rozvoje $\left(y^2 + \frac{1}{y}\right)^9$ obsahuje y^3 ?

14. V binomickém rozvoji $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x}\right)^{12}$ nalezněte absolutní člen.