

17. PARAMETR

diskuze řešení rovnic (lineárních, kvadratických) s parametrem, parametrické vyjádření přímky, polopřímky a úsečky v rovině, parametrické vyjádření roviny

1. Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$ a s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

a) $\frac{x+a}{a} = ax - 1$

b) $\frac{ax+1}{x-2} = \frac{ax-1}{x+2}$

c) $\frac{2-a}{a} = \frac{2}{x-1}$

d) $\frac{a}{x} - \frac{4}{ax} = 1 - \frac{2}{a}$

e) $1 + \frac{a^2-1}{x} = a$

f) $\frac{a^2(x-1)}{ax-2} = 2$

g) $ax - \frac{2}{a^2} = \frac{1}{a}(4x+1)$

h) $\frac{2}{a(x-3)} + \frac{3}{(a-1)(x+1)} = \frac{x-5}{a(x+1)(x-3)}$

i) $\frac{x-1}{x} = \frac{2-a}{3a}$

j) $\frac{3+a}{a} = \frac{3}{x-4}$

k) $\frac{x-a}{x+1} = a$

l) $\frac{4}{x-a} + 2 = \frac{a}{a-x}$

2. Určete všechny hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$ tak, aby řešením rovnice

$$2p(xp+1) - (p^2+1)x = 2 \text{ bylo kladné reálné číslo.}$$

3. V rovnici $\frac{p}{x} + \frac{p+3}{2} = 8 + \frac{1}{x}$ určete hodnotu parametru $p \in \mathbb{R}$ tak, aby kořenem dané rovnice bylo číslo 2.

4. Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$ a s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

a) $ax^2 - 2x + 1 = 0$

b) $x^2 - ax + 1 = 0$

c) $x^2 - 2x - a + 1 = 0$

d) $(a^2-1)x^2 + 2ax + 1 = 0$

e) $\frac{2x+a}{x+2} - \frac{a}{x-2} = a$

f) $\frac{3}{x+a} + \frac{a-1}{x-a} = \frac{2a}{x}$

5. Je dána rovnice $(2a+3)x^2 + x - a + 4 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$, pro které je daná rovnice lineární.

6. Je dána rovnice $2x^2 + (a+1)x + 6 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$, pro které má daná rovnice dva různé reálné kořeny.

7. Je dána rovnice $x^2 + ax + 4 + \frac{3}{2}a = 0$. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$, pro které má rovnice dvojnásobný kořen.

8. Je dána rovnice $x^2 - 2ax + 2a^2 - 9 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$, pro které nemá rovnice v množině reálných čísel řešení.

9. Vyšetřete, pro které hodnoty parametru $t \in \mathbb{R}$ mají dané kvadratické rovnice s neznámou $x \in \mathbb{C}$ imaginární kořeny:

a) $x^2 + 2tx - t + 2 = 0$

b) $2x^2 + t = 0$

c) $x^2 + tx - 1 + t = 0$

d) $tx^2 - x + t = 0$

10. Určete hodnotu parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby přímka $x + my + 2m^2 - m - 1 = 0$ procházela

počátkem soustavy souřadnic.

11. Jsou dány dvě přímky $p: ax + y - 4 = 0, q: x + 2y + 8 = 0$. Určete hodnotu parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky p, q byly navzájem kolmé.