

22. TROJÚHELNÍK

věty platné v pravoúhlém trojúhelníku (Pythagorova a Eukleidovy věty) a obecném trojúhelníku (sinová a kosinová věta), charakteristické prvky v trojúhelníku (výška, těžnice, střední příčka, kružnice opsaná a vepsaná trojúhelníku), analytické vyjádření charakteristických prvků v trojúhelníku

1. Nad úsečkou délky $2r$ je jako nad průměrem opsána půlkružnice a sestrojen obdélník, jehož druhý rozměr je r . Jaká část úhlopříčky obdélníka leží vně kružnice?
2. Určete:
 - a) délku přepony pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka s odvěsnou délky a ,
 - b) výšku, poloměr kružnice opsané a vepsané v rovnostranném trojúhelníku o délce strany a ,
 - c) výšku k základně v rovnoramenném trojúhelníku se základnou délky a a ramenem délky b .
3. Vypočítejte zbývající prvky ($a, b, c, c_a, c_b, \gamma, \alpha, \beta$) v pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C , je-li dáno:
 - a) $c = 10$ cm, $c_a = 7$ cm,
 - b) $a = 5$ cm, $c_a = 4$ cm,
 - c) $b = 5$ cm, $c = 13$ cm.
4. Vypočítejte délky strany pravoúhlého trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C , je-li dáno $t_a = 8$ cm, $t_b = 12$ cm.
5. Je dán obdélník $ABCD$ ($|AB|=8$ cm, $|BC|=6$ cm). Označte A_1 patu kolmice sestrojené z bodu A na úsečku BD , označte A_2 patu kolmice sestrojené z bodu A_1 na úsečku AB . Vypočítejte délky úseček:
 - a) $|BD|$
 - b) $|DA_1|$
 - c) $|BA_1|$
 - d) $|AA_1|$
 - e) $|A_1A_2|$
6. Vypočítejte velikosti zbývajících stran a úhlů v obecném trojúhelníku ABC , je-li dáno:
 - a) $b=13,4$ cm, $b=16,3$ cm, $\gamma=70^\circ 12'$
 - b) $c=210$ cm, $\alpha=62^\circ 32'$, $\beta=48^\circ 56'$
 - c) $a=52$ cm, $\gamma=57^\circ 43'$, $\beta=63^\circ 14'$
 - d) $a=5,2$ cm, $c=8,8$ cm, $\gamma=52^\circ 08'$
7. Dvě loďky jsou zaměřeny z výšky 150 m nad hladinou jezera pod hloubkovými úhly o velikostech $\alpha=57^\circ$, $\beta=39^\circ$. Vypočítejte vzdálenost mezi oběma loďkami, jestliže zaměřovací přístroj a obě loďky jsou v rovině kolmé k hladině jezera.
8. Na vrcholu kopce stojí rozhledna 35 m vysoká. Patu i vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikostech $\alpha=28^\circ$, $\beta=31^\circ$. Jak vysoko je vrchol kopce nad rovinou pozorovacího místa?
9. Z místa A ležícího ve výšce 158 m nad vodorovnou rovinou procházející patou věže je vidět vrchol věže pod hloubkovým úhlem $\alpha=19^\circ 10'$ a patu věže pod hloubkovým úhlem $\beta=28^\circ 30'$. Určete výšku věže.
10. Vypočítejte výšku stožáru, jehož patu vidíme v hloubkovém úhlu o velikosti $11^\circ 23'$ a vrchol ve výškovém úhlu o velikosti $28^\circ 57'$. Stožár je pozorován z jednoho místa 10 m nad rovinou paty stožáru.
11. Vypočítejte velikosti zbývajících stran a úhlů v obecném trojúhelníku ABC , je-li dáno:
 - a) $a=5$ cm, $b=6$ cm, $c=7$ cm

24. Je dán trojúhelník ABC , $A [-1; 4]$, $B [2; -2]$, $C [5; -1]$. Určete obecné rovnice přímk, které obsahují:
 a) stranu AB b) stranu BC c) těžnici t_a d) těžnici t_b
25. Napište rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC :
 a) $A [-1; 3]$, $B [0; 2]$, $C [1; -1]$ b) $A [0; 0]$, $B [3; 0]$, $C [0; 4]$
 c) $A [4; 3]$, $B [2; -1]$, $C [-5; 6]$
26. Délky stran pravoúhlého trojúhelníka tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Délka odvěsny má délku 24 cm. Určete délky zbývajících stran.
27. Do rovnostranného trojúhelníka $A_1B_1C_1$ o délce strany 4 cm je vepsán druhý trojúhelník $A_2B_2C_2$ jehož vrcholy leží ve středech stran trojúhelníka $A_1B_1C_1$. Podobným způsobem je do trojúhelníka $A_2B_2C_2$ vepsán trojúhelník $A_3B_3C_3$ trojúhelník $A_4B_4C_4$ a tak dále až do nekonečna. Určete:
 a) součet obvodů
 b) součet obsahů
 všech takto vzniklých trojúhelníků.

