

## 24. VÝRAZY A MNOHOČLENY

pravidla pro umocňování dvojčlenu a trojčlenu, kombinační číslo, Pascalův trojúhelník a jeho vlastnosti, faktoriál, výrazy s goniometrickými funkcemi, výrazy s komplexními čísly

1. Najděte podmínky existence výrazu a výraz zjednodušte:

a)  $\left[ x+y-\frac{4xy}{x+y} \right] : \frac{1}{x^2-y^2}$

b)  $\frac{2a-1}{2a} - \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a-4a^2}$

c)  $\frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b}}{\frac{a^2+b^2}{ab} - 2} : \frac{a^2}{b}$

d)  $\frac{\frac{1-x}{1-x+x^2} + \frac{1+x}{1+x+x^2}}{\frac{1+x}{1+x+x^2} - \frac{1-x}{1-x+x^2}}$

e)  $\left( y+1+\frac{1}{2y-1} \right) \cdot \left( y-1+\frac{1}{2y+1} \right)$

f)  $\left( \frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right)$

g)  $\left( \frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \left( \frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b} \right)$

h)  $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x}}}$

i)  $\left( \frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x} \right) : \left( \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$

j)  $\left( \frac{2a}{a+2} + \frac{6a}{6-3a} + \frac{8a}{a^2-4} \right) : \frac{a-4}{a-2}$

k)  $\left( \frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{yz} - \frac{x+z}{xz} \right)^{-1}$

l)  $\left( \frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{a} - 1 \right)$

m)  $\left[ (1-x)^{-1} - 1 \right] \cdot \left[ x+1 - (1-2x^2) \cdot (1-x)^{-1} \right]^{-1}$

n)  $(x^2-1) \cdot \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - 1 \right)$

o)  $\left( \frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3}$

p)  $\left( \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} \right) \cdot \left( \frac{x^2+9}{6x} + 1 \right) : \frac{x^2+9}{3x}$

q)  $\left( \frac{1}{y-2} - \frac{1}{y^2+2y+4} - \frac{8}{y^3-8} \right) \cdot \frac{y^2-\frac{8}{y}}{1-\frac{1}{y}}$

r)  $\frac{\frac{1}{1-m} + 1 + \frac{2}{m^2-1}}{m-1 - \frac{2m^2-1}{m+1}}$

2. Upravte a určete podmínky pro  $n$ :

a)  $\frac{7!+6!+5!}{8!-7!}$

b)  $\frac{n!(n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}$

c)  $\frac{(n-1)!(n+1)!}{(n!)^2}$

d)  $\frac{(n-3)!(n^2-1)}{(n-1)!}$

e)  $\frac{4-n^2}{(n+2)!} + \frac{n}{(n+1)!}$

f)  $\frac{n}{(n-3)!} - \frac{1}{(n-4)!}$

g)  $\frac{2}{n!} - \frac{2n}{(n+1)!} - \frac{2n+4}{(n+2)!}$

3. Dokažte, že pro přípustná  $n$  platí:

a)  $n \cdot n! + (n-1)! = (n+1)!$

b)  $n! + n^2(n-1)! = (n+1)!$

c)  $(n+1)! - n! = n \cdot n!$

4. Zjednodušte a vypočítejte:

a)  $\binom{8}{6}$                       b)  $\binom{16}{10}$                       c)  $\binom{185}{184}$   
d)  $\binom{n+2}{2}$                       e)  $\binom{n+3}{n}$                       f)  $\binom{n+2}{n-2}$   
g)  $\binom{15}{3} + \binom{8}{5} - \binom{15}{12}$                       h)  $\binom{9}{8} - \binom{9}{6} + \binom{9}{4} - \binom{9}{2}$

5. Vyjádřete jedním kombinačním číslem:

a)  $\binom{17}{8} + \binom{17}{9}$                       b)  $\binom{11}{7} + \binom{11}{5}$   
c)  $\binom{10}{1} + \binom{10}{0} + \binom{11}{9}$                       d)  $\binom{12}{3} + \binom{4}{3} - \binom{12}{9}$

6. Vypočítejte:

a)  $2 \cos 0 + 3 \sin \frac{\pi}{2} + 4 \sin \pi$                       b)  $a \sin \pi + b \cos \pi + c \operatorname{tg} \pi$   
c)  $\sin \frac{2\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + \frac{3}{2} \operatorname{cotg} \frac{5\pi}{3}$

7. Určete:

a)  $\operatorname{tg} x$ , je-li  $\cos x = \frac{3}{5} \wedge x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$                       b)  $\sin x$ , je-li  $\operatorname{cotg} x = \frac{8}{15} \wedge x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$   
c)  $\sin x$ , je-li  $\operatorname{tg} x = -\frac{3}{4} \wedge x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$                       d)  $\cos x$ , je-li  $\sin x = \frac{15}{17} \wedge x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

8. Určete definiční obor daného výrazu a potom ho zjednodušte:

a)  $\sin^2 x \cos x + \cos^3 x$                       b)  $\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x$   
c)  $\frac{1 - \sin^2 x}{1 - \cos^2 x}$                       d)  $\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$   
e)  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$                       f)  $\operatorname{cotg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$   
g)  $\frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x}$                       h)  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$   
i)  $\frac{1 - 4 \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

9. Vypočítejte:

a)  $(i+1)(i-1) + (2i+1)^2$                       b)  $(2+i) \cdot i + \frac{3+i}{2-i}$   
c)  $\frac{i-1}{2} - \frac{i}{i-1} \cdot i + 1$                       d)  $\frac{2+i}{i} + \frac{i}{i+1} - \frac{2i+1}{i-1}$   
e)  $(5i-1) : \left(2 - \frac{i+3}{2+i}\right)$                       f)  $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 \cdot i^5 \cdot i^6 \cdot i^7 \cdot i^8 \cdot i^9 \cdot i^{10}$   
g)  $1 + i^2 + i^4 + i^6 + i^8 + i^{10}$                       h)  $\overline{\left(\frac{1+i}{2-i}\right)}$   
i)  $\frac{2-4i}{1+i} (3-2i) + (1+2i) \cdot i^7$                       j)  $(-3+2i) \cdot i^3 - \frac{10-2i}{-3+i} + (-1-i)^2$   
k)  $(-2+3i)^2 \cdot i^5 + \frac{13-26i}{3+2i} - (1-i)(1+i)$