

## 25. VÝROKY A MNOŽINY

výrok, výroková formule, logické spojky, tabulka pravdivostních hodnot, kontradikce, tautologie, množina a její zápis, operace s množinami, Vennovy diagramy, číselné množiny

- Utvořte negaci následujících výroků:
  - Každý pravidelně sportuje.
  - Aspoň pět lidí podá zlapšovací návrh.
  - Dvě různoběžky mají společný právě jeden bod.
  - Nikdo neměl úraz.
  - Jestliže se řidič cítí unaven, zastaví k odpočinku.
  - Trojúhelník  $ABC$  je pravoúhlý, právě když pro jeho přeponu délku  $c$  a odvěsny s délkami  $a, b$  platí  $c^2 = a^2 + b^2$ .
- Určete pravdivostní hodnoty výrokových formulí:
  - $(A \Rightarrow B') \wedge (A' \Leftrightarrow B)$
  - $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \wedge B')$
  - $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B' \Rightarrow A')$
  - $(A \wedge B') \Rightarrow (A \Rightarrow B)'$
  - $[(A \Rightarrow B) \wedge B'] \Rightarrow A'$
  - $[(A \Rightarrow B) \wedge A] \Rightarrow B$
- Určete pravdivostní hodnoty  $V(x)$  uvedených tvrzení pro dané hodnoty proměnné  $x$ :
  - $x = 1 \vee x > 3; x \in \{0, 1, 3, 4\}$
  - $x < 0 \wedge x \neq -1; x \in \{0, -1, -2\}$
  - $x < 0 \Rightarrow (x+1)^2 \leq 1; x \in \{-3, -1, 0, 1\}$
  - $x < 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 \leq 1; x \in \{-3, -1, 0, 1\}$
- Určete doplněk množiny  $B$  v množině  $A$ , jestliže:
  - $A = \mathbb{Z}, B = \{x \in \mathbb{Z}; |x| > 2\}$
  - $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; |x-1| < 0\}$
- Určete průnik a sjednocení množin  $A, B$ , jestliže:
  - $A = \{x \in \mathbb{Z}; x < -5\}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x \leq -1\}$
  - $A = \mathbb{N}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x < 1\}$
- Rozhodněte pomocí tabulky pravdivostních hodnot, zda jsou dané složené výroky tautologií nebo kontradikcí:
  - $[(A' \Rightarrow B) \vee (A' \Rightarrow C)] \Leftrightarrow (B \vee C)$
  - $[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \Leftrightarrow [(A \wedge B) \Rightarrow C]$
- Pro provozní dobu tří benzínových stanic  $A, B, C$  v určitém městě platí tyto podmínky: vždy je v provozu benzínová stanice  $A$  nebo  $C$ . Stanice  $C$  je mimo provoz právě tehdy, když je otevřeno ve stanici  $A$ . Má-li prodejní dobu stanice  $C$ , pak stanice  $A$  není v provozu a je v činnosti stanice  $B$ . Určete všechny možnosti provozu těchto tří benzínových stanic.
- Jeden ze žáků  $A, B, C$  rozbil okno. Bylo zjištěno, že u okna nebyl žák  $A$  nebo nebyl žák  $B$ . Když u okna nebyl žák  $B$ , nebyl tam ani žák  $A$ .  $C$  byl u okna právě tehdy když, u okna nebyl  $A$ .
- Účast Anny, Barbory, Cyrila a Dušana na koncertě je vázáno těmito podmínkami:
  - Přijde alespoň jeden chlapec.
  - Přijde nejvýše jedna dívka.
  - Přijde právě jeden ze sourozenců Anna, Cyril.
  - Barbora nepřijde bez Dušana.
  - Je vyloučeno, aby přišla Anna spolu s Dušanem.

Které skupiny z této čtveřice se mohou zúčastnit a kdo na koncert určitě půjde?

10. Kapitán Exner vyšetřuje případ vraždy. Vyšetřováním se okruh podezřelých zúžil na tři osoby  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . O jejich přítomnosti na místě činu se ví: „Jestliže byl v kritické době na místě činu podezřelý  $C$ , pak tam nebyl podezřelý  $A$ , zato tam byl podezřelý  $B$ .“ „Není pravda, že na místě činu nebyl  $A$  a přitom tam nebyl  $C$ .“ „V době, kdy byl na místě činu podezřelý  $A$ , nebyl tam  $C$ , a když tam nebyl  $C$ , byl tam  $A$ .“ Koho kapitán Exner zatkl, když navíc bezpečně věděl, že pachatel byl sám?
11. a) Výčtem prvků запиšte množiny:  
 $A = \{x \in \mathbb{N}; 2x < 11\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}; x^2 = 25\}$ ;  $C = \{x \in \mathbb{Z}; -5 \leq x < 3\}$ ;  $D = \{x \in \mathbb{N}; x^2 = 2\}$   
b) na číselné ose znázorněte a jako interval запиšte tyto množiny:  
 $A = \{x \in \mathbb{R}; x > 3\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R}; -7 < x \leq -1\}$ ;  $C = \{x \in \mathbb{R}; -1 < x < 0\}$
12. Přepište dané výroky pomocí kvantifikátorů, rozhodněte o jejich pravdivosti a znegujte:  
a) Existuje aspoň jedno reálné číslo  $x$ , pro něž platí  $\sqrt{x^2} = x$ .  
b) Pro všechna reálná čísla  $x > 1$  platí  $\sqrt{x^2} > x$ .  
c) Existuje aspoň jedno přirozené číslo, které není sudé ani liché.
13. Užitím Vennových digramů zjistěte, zda platí:  
a)  $A \cap (B \cup C)' = (A \cap B') \cap (A \cap C')$   
b)  $(A \cup B) \cap (A \cup C)' = A \cup (B \cap C')$
14. Písemná práce z matematiky, které se zúčastnilo 35 studentů, obsahovala tři úlohy. Dva studenti vyřešili jenom první úlohu a tři studenti jenom druhou úlohu. První a druhou úlohu vyřešilo 16 studentů, druhou a třetí 14 studentů. Všechny úlohy vyřešilo 10 studentů, první nebo třetí 31 studentů a 3 studenti nevyřešili ani první, ani druhou úlohu. Kolik studentů vyřešilo:  
a) aspoň dvě úlohy  
b) aspoň jednu úlohu?
15. Delegátka nabídla 45 účastníkům zahraničního pobytového zájezdu tři fakultativní výlety. První výlet si vybralo 23 rekreatantů, první i druhý 7 rekreatantů. 15 účastníků jelo na první výlet a přitom nejelo na třetí výlet, 10 jelo pouze na první výlet a 3 pouze na třetí výlet. Právě jeden z výletů si zvolilo 17 osob. Jedna třetina z počtu účastníků se nezúčastnila žádného výletu. Kolik účastníků si vybralo:  
a) jenom druhý výlet,  
b) druhý výlet,  
c) právě dva výlety,  
d) druhý a třetí výlet a přitom si nevybralo první výlet?
16. Z 350 učeben slouží fyzice 70, chemii 70 a matematice 50. 210 učeben je určeno k výuce jiných předmětů. Pro všechny 3 předměty se používá 10 učeben, pro chemii a matematiku 20 a matematiku a fyziku 10 učeben. Kolik odborných učeben se používá na fyziku nebo na chemii? Kolik pouze matematice?
17. Občanské hnutí pořádalo o prázdninách 3 brigády na vyčištění lesa, a to v pondělí, v úterý a ve středu. 8 lidí se zúčastnilo všech 3 brigád. 42 účastníků bylo právě na dvou, 83 bylo jen na jedné. V pondělí pracovalo 66 dobrovolníků, z nichž 20 přišlo i v úterý. 78 jich bylo na brigádě v pondělí i ve středu, ale ne v úterý. Kolik lidí bylo na brigádě v úterý a kolik ve středu?