

ÚPRAVY ALGEBRAICKÝCH VÝRAZŮ

3. Najděte podmínky existence výrazu a výraz zjednodušte:

a) $\frac{a-2b}{a+b} - \frac{2a-b}{b-a} - \frac{2a^2}{a^2-b^2}$; b) $\frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1} - 1$;

c) $\left[x+y - \frac{4xy}{x+y} \right] : \frac{1}{x^2-y^2}$; d) $\left[\frac{x^2}{x-y} - x \right] \cdot \left[\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right]$;

e) $\left[\frac{1}{z+1} - \frac{2z}{z^2-1} \right] \cdot \left[\frac{1}{z} - 1 \right]$; f) $\left[\frac{m+1}{m+2} - \frac{m-1}{m-2} \right] \cdot \frac{m^2-4}{2m}$;

g) $\frac{a^2-2ab+b^2}{b+2} : \frac{a^2-b^2}{b^2+4b+4}$; h) $\frac{2a-1}{2a} - \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a-4a^2}$;

i) $\left[\frac{3}{1+s} - 1 \right] \cdot \left[\frac{3}{2-s} - 1 \right]$; j) $\left[a - \frac{a}{a+1} \right] \cdot \left[1 - \frac{1}{a^2} \right]$;

k) $\left[y+1 + \frac{1}{2y-1} \right] \cdot \left[y-1 + \frac{1}{2y+1} \right]$.

3. a) $(a-b)/(a+b)$, $a \neq \pm b$; b) $-3/(a+1)$, $a \neq \pm 1$; c) $(x-y)^3$, $x \neq \pm y$; d) $(x+y)/y$, $x \neq y$, $x, y \neq 0$; e) $1/z$, $z \neq 0$, $z \neq \pm 1$; f) -1 , $m \neq 0$, $m \neq \pm 2$; g) $(b+2)(a-b)/(a+b)$, $a \neq \pm b$, $b \neq -2$; h) $-1/a$, $a \neq 0$, $a \neq 1/2$; i) 1 , $s \neq 2$, $s \neq -1$; j) $a-1$, $a \neq 0$, $a \neq -1$; k) y^2 , $y \neq \pm 1/2$.

5. Najděte podmínky existence výrazu a výraz zjednodušte:

a) $\frac{\frac{r+s}{r-s} - \frac{r-s}{r+s}}{1 - \frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}}$;

b) $\frac{p+q - \frac{4pq}{p+q}}{\frac{1}{p+q} + \frac{1}{p-q}}$;

c) $\frac{\frac{1-x}{1-x+x^2} + \frac{1+x}{1+x+x^2}}{\frac{1+x}{1+x+x^2} - \frac{1-x}{1-x+x^2}}$;

d) $\frac{\frac{p+q}{p-q} - \frac{p-q}{p+q}}{\frac{p^2q^2}{p^2-q^2}}$;

e) $\frac{2 - \frac{k^2+z^2}{kz}}{\frac{k}{z^2} - \frac{2}{z} + \frac{1}{k}}$;

f) $\frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b}}{\frac{a^2+b^2}{ab} - 2} : \frac{a^2}{b}$;

5. a) $-2r/s$, $r \neq \pm s$, $s \neq 0$; b) $(p-q)^3/(2p)$, $p \neq \pm q$, $p \neq 0$; c) $1/x^3$, $x \neq 0$; d) $4/(pq)$, $p \neq \pm q$, $p, q \neq 0$; e) $-z$, $k \neq z$, $k, z \neq 0$; f) $1/(a-b)$, $a \neq b$, $a, b \neq 0$;

- [1) $\frac{1-a}{1-2a}$; 2) $\frac{1}{1+x}$; 3) a^2-b^2 ; 4) $\frac{10}{2m+1}$; 5) $\frac{1}{a+b}$;
6) $\frac{1-3a}{2(1+3a)}$; 7) $x+y$; 8) $\frac{ax}{x^2-a^2}$; 9) $\frac{a^2+b^2}{a(a^2-b^2)}$; 10) 0;
11) $\frac{ab^2}{a-b}$.]

10. Najděte podmínky existence výrazu a výraz zjednodušte:

a) $\left(\frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{yz} - \frac{x+z}{xz} \right)^{-1}$; b) $\frac{a^2-b^2}{a+b} \cdot \left(\frac{a-b}{ab} \right)^{-1}$;

c) $\left(b + \frac{a-b}{1+ab} \right) : \left(1 - \frac{1+ab}{b(a-b)} \right)^{-1}$;

d) $\left(xy^{-1} - yx^{-1} \right) \cdot \left(xy^{-1} + yx^{-1} - 2 \right)^{-1} \cdot \left(1 + yx^{-1} \right)^{-1}$;

e) $\left[(1-x)^{-1} - 1 \right] \cdot \left[x+1 - (1-2x^2)(1-x)^{-1} \right]^{-1}$;

10. a) $-x/2$, $x, y, z \neq 0$; b) ab , $a \neq \pm b$, $a, b \neq 0$; c) $a, a \neq b$, $ab \neq -1$, $b \neq 0$; d) $x/(x-y)$, $x \neq \pm y$, $x, y \neq 0$; e) $1/x$, $x \neq 0$, $x \neq 1$;

3.19 Proveďte:

1) $\left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right)$;

2) $\left(1 + \frac{x}{1-x} \right) : \frac{1+x}{1-x}$;

3) $(a^3 - b^3) : \left(a + \frac{b^2}{a+b} \right)$;

4) $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5}$;

5) $\left(\frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b} \right)$;

6) $\left(\frac{3a}{1-3a} + \frac{2a}{3a+1} \right) : \frac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2}$;

7) $\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$;

8) $\left(\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a} \right) : \left(\frac{x+a}{a} - \frac{x-a}{x} \right)$;

9) $\left[\frac{1}{(a+b)^2} + \frac{1}{(a-b)^2} \right] : \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} \right)$;

10) $\left(\frac{2a}{a+2} + \frac{6a}{6-3a} + \frac{8a}{a^2-4} \right) : \frac{a-4}{a-2}$;

11) $\left(\frac{a^2+b^2}{a} + b \right) : \left[\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{a^3-b^3}{a^2+b^2} \right]$.

8. Najděte podmínky existence výrazu a výraz zjednodušte:

a) $\frac{r+1}{r^2-2r} + \frac{r+1}{r^2+2r} - \frac{2r}{r^2-4}$; b) $\left[\frac{(n+2)^3}{(n-2)} : \frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12} \right] \cdot \frac{n}{3}$;

c) $\frac{a^2-x^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \cdot \left[\frac{ax}{a-x} \right]$; d) $\frac{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)\left(\frac{a-b}{a+b}\right)}{1-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{2-\frac{1+b^2}{b}}{\frac{1}{b^2}-\frac{1}{b}+1}$;

e) $\frac{a^4-b^4}{a^2b^2} : \left[\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right) \cdot \left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right) \right]$;

f) $\left[\left(xy + \frac{1}{xy}\right) \cdot x - \frac{1}{y} \right] : \left[(y-2) \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{xy} \right]$;

g) $\frac{1}{m(abm+a+b)} - \left(a + \frac{1}{m}\right) : \left(a + \frac{b}{mb+1}\right)$;

h) $\left[\left(\frac{r-s}{s-r}\right) : (r+s) - r \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) \right] : \frac{1+r}{s}$;

i) $\frac{3}{x+y} \cdot \left[\left(\frac{3}{x-y} + \frac{3x}{x^3-y^3}\right) \cdot \frac{x^2+xy+y^2}{x+y} \right] : \frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2}$;

j) $\left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3}\right) \cdot \left(\frac{x^2+9}{6x} + 1\right) : \frac{x^2+9}{3x}$;

k) $\left(m+n - \frac{4mn}{m+n}\right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2-n^2}\right)$;

l) $\left(\frac{a}{b^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{b}{a^2+ab}\right) : \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b}\right)$;

8. a) $2/(r^2-4)$, $r \neq 0$, $r \neq \pm 2$; b) $(n+2)/(n-2)$, $n \neq 0$, $n \neq \pm 2$;
 c) $a^2(a-b)/x$, $x \neq \pm a$, $a \neq -b$, $x \neq 0$; d) $(a^2-b^2)/(2b)$, $a \neq \pm b$, $b \neq 0$,
 $b \neq 1$; e) $(a+b)/(a-b)$, $a \neq b$, $a, b \neq 0$; f) $x(y-1)^2$, $x, y \neq 0$; g) -1 ,
 $abm+a+b \neq 0$, $mb \neq -1$, $m \neq 0$; h) $(r-s)/r$, $s \neq -r$, $s, r \neq 0$, $r \neq -1$;
 i) $9/(x-y)$, $y \neq \pm x$, $y \neq -2x$; j) $(x+3)/(x-3)$, $x \neq 0$, $x \neq \pm 3$;
 k) $m-n$, $m \neq \pm n$; l) $1/(a+b)$, $a \neq \pm b$, $a, b \neq 0$;

Vypočtěte:

1) $\frac{xy}{x^2-y^2} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$;

2) $\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) \cdot \frac{m^2}{m-n}$;

3) $\left(1 - \frac{x^2}{y^2}\right) \left(\frac{x^2}{y^2-x^2} + 1\right)$;

4) $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1}\right) \left(\frac{1}{a} - 1\right)$;

5) $\left(\frac{x-1}{x-2} - \frac{x}{x-1}\right) \left(x - \frac{3x}{x+1}\right)$;

6) $\left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2}\right) \cdot \frac{4a^2-4}{3}$;

7) $(x^2-1) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - 1\right)$;

8) $\left[\frac{3}{(x-3)^2} + \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9}\right] \cdot \frac{x^2-6x+9}{2}$;

9) $\left(\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x+a}\right) \cdot \frac{x^2+2ax+a^2}{2a^2}$;

10) $\left(1 + \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2}\right) \left(1 - \frac{a}{x}\right) \cdot \frac{x^3}{a^3-x^3}$;

11) $\left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a^2-x^2}\right) \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a^2-x^2}\right)$;

12) $\left(\frac{b}{a^2-ab} + \frac{a}{b^2-ab}\right) \cdot \frac{a^2b+ab^2}{a^2-b^2}$.

3.21 Zjednodušte složené zlomky:

1) $\frac{2+x^2}{8-2x^4} : \frac{3xy}{3xy}$;

2) $\frac{3(a+b)}{5(a-b)} : \frac{6(a^2-b^2)}{35}$;

3) $\frac{\frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{5}}{\frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{10}}$;

4) $\frac{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}}$;

5) $\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$;

6) $\frac{\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}}{\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}}$;

7) $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}$;

8) $\frac{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$;

9) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x}}}$;

10) $\frac{x}{x - \frac{1}{x - \frac{x}{1-x}}}$;

[1) $\frac{3xy}{2(2-x^2)}$; 2) $\frac{7}{2(a-b)^2}$; 3) $\frac{3(x+9)}{4(x+4)}$; 4) 1; 5) $\frac{1}{x}$;

6) $\frac{x+1}{x-1}$; 7) 1; 8) $\frac{2xy}{x^2-y^2}$; 9) $\frac{10x+3}{7x+2}$; 10) $\frac{x^3}{x^3-x+1}$.]

[1) 1; 2) $-\frac{m}{n}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{a}$; 5) $\frac{x}{x^2-1}$; 6) $\frac{20}{3}$; 7) $3-x^2$;

8) $\frac{x^2-3x+18}{2(x+3)}$; 9) $\frac{x+a}{x-a}$; 10) -1 ; 11) 5; 12) $-\frac{a+b}{a-b}$.]