

3. ELIPSA

elipsa jako kuželosečka, definice elipsy, základní pojmy a vlastnosti, středová a obecná rovnice, vzájemná poloha elipsy a přímky

1. Ukažte, že $x^2 + 4y^2 - 6x + 32y + 48 = 0$ je obecná rovnice elipsy. Určete její střed, ohniska a vrcholy.
2. Určete základní charakteristiky elipsy a načrtněte ji.
 - a) $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$
 - b) $3x^2 + 2y^2 + 6x - 5 = 0$
 - c) $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$
3. Napište rovnici elipsy, jejíž hlavní osa je \parallel s osou x :
 - a) $S [0; 0]$; $a = 5$, $b = 3$
 - b) $S [2; -1]$; $a = 2$, $b = 2$
 - c) $S [-2; 0]$; $a = 5$, $e = 3$
 - d) $A [3; 1]$, $C [7; 3]$
4. Napište rovnici elipsy, která má osy rovnoběžné s osami souřadnic, dotýká se os souřadnic, jestliže:
 - a) $S [6; -4]$
 - b) se dotýká osy x v bodě $R [-4; 0]$ a osy y v bodě $Q [0; 5]$
5. Elipsa je dána rovnicí $4x^2 + 16y^2 = 64$. Vypočítejte délku tětiny elipsy, která leží na přímce $\sqrt{3}x - 2y = 0$.
6. Napište rovnici elipsy se středem v počátku jdoucí body $M [\sqrt{3}; -2]$, $N [-2\sqrt{3}; 1]$. Osy elipsy jsou souřadnicové osy.
7. Určete všechny hodnoty parametru q , pro které má přímka $p: y = x + q$ s elipsou o rovnici $9x^2 + 16y^2 = 144$ společný alespoň jeden bod.
8. Určete souřadnice společných bodů přímky p a elipsy e , jsou-li dány jejich rovnice:
 - a) $p: 5x + y - 20 = 0$, $e: 25x^2 + 3y^2 = 300$
 - b) $p: x + 2y - 15 = 0$, $e: 3x^2 + 2y^2 = 84$
 - c) $p: 3x + 2y - 16 = 0$, $e: x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 32 = 0$
9. Napište rovnici elipsy s ohnisky $E [-3; -1]$, $F [-3; 5]$, jež prochází bodem $M [-7; 2]$.
10. Určete rovnice tečny elipsy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ v jejím bodě $T \left[4; -\frac{9}{5} \right]$.
11. Určete rovnice tečen elipsy $9x^2 + 16y^2 = 144$, které mají směrnici $k = 1$.
12. Je dána elipsa $e: (x+2)^2 + 4(y-1)^2 = 36$. Určete reálný parametr d v rovnici přímky $p: y + d = 0$ tak, aby přímka p byla tečnou elipsy e .
13. Napište rovnice tečen k elipse $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$ rovnoběžných s přímkou $p: 2x - y + 17 = 0$.

14. Napište rovnice tečen, které lze sestrojít z bodu $M [0; 0]$ k elipse o rovnici $x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$.
15. Napište rovnice tečen, které lze sestrojít z bodu $P [0; -3]$ k elipse o rovnici $5x^2 + 9y^2 = 45$.
16. Určete rovnici tečny k elipse $e: x^2 + 2y^2 - 8y = 0$ v jejích průsečících s osou y .
17. Je dána elipsa $e: \frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$. Najděte rovnice tečen rovnoběžných s přímkou $p: 2x - y + 3 = 0$.
18. Určete odchylku tečen vedených z bodu $M [0; 4]$ k elipse $e: 4x^2 + 9y^2 = 36$.
19. Do elipsy $e: 2x^2 + y^2 - 4x + 4y - 102 = 0$ je vepsán čtverec. Určete délku jeho středu a načrtněte obrázek.