

7. HYPERBOLA

hyperbola jako kuželosečka, definice hyperboly, základní pojmy a vlastnosti, středová a obecná rovnice hyperboly, rovnice asymptot, vzájemná poloha hyperboly a přímky, hyperbola jako graf funkce

- Rozhodněte, zda se jedná o rovnici hyperboly. V kladném případě určete její základní charakteristiky a hyperbolu načrtněte.
 - $4x^2 - 9y^2 + 24x + 36y + 36 = 0$
 - $5x^2 - 4y^2 + 20x - 48y + 1 = 0$
 - $25x^2 - 16y^2 - 150x + 224y - 959 = 0$
 - $16x^2 - 9y^2 + 32x + 18y - 137 = 0$
 - $9x^2 - 16y^2 - 90x - 64y + 17 = 0$
 - $y^2 - 4x^2 + 2y + 8x - 11 = 0$
- Pro které hodnoty parametru $t \in \mathbb{R}$ je přímka $p: x - y + t = 0$ sečnou hyperboly $4x^2 - 25y^2 - 100 = 0$.
- Hyperbola má ohniska $E[-5; 0]$, $F[5; 0]$ a prochází bodem $M[1; 0]$. Určete její rovnici.
- Určete přímku, která prochází bodem $T[8; y_0]$ kuželosečky $x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 11 = 0$ a má s ní společný právě jeden bod.
- Napište rovnici hyperboly s ohnisky $E[0; 2]$, $F[0; 6]$, která prochází bodem $L[0; 3]$.
- Napište rovnici hyperboly, je-li dáno:
 - $A[-3; -2]$, $B[7; -2]$, $b = 3$
 - $A[2; 3]$, $B[2; -5]$, $F[2; 4]$
- Je dána hyperbola o rovnici $h: 4x^2 - y^2 = 36$.
 - Určete, pro jakou hodnotu parametru t , je přímka $p: 5x - 2y + t = 0$ tečnou hyperboly.
 - Napište rovnice tečen v bodě $T[5; y]$ hyperboly.
 - Napište rovnice tečen rovnoběžných s přímkou $p: 3x - y - 2 = 0$.
- Bodem $A[2; 1]$ ved'te všechny přímky s hyperbolou $h: x^2 - 2y^2 = 2$, které mají právě jeden společný bod.
- Napište rovnici hyperboly, jestliže její hlavní osa je rovnoběžná s osou x , $a = 2$ a rovnice jejich asymptot jsou $a_1: y = 2x - 6$, $a_2: y = -2x + 10$.
- Napište rovnice všech tečen hyperboly $4x^2 - y^2 = 36$, které jsou rovnoběžné s přímkou $5x - 2y + 7 = 0$.
- Určete délku tětiny, kterou vytíná hyperbola $x^2 - 2y^2 = 4$ na přímce $y = x - 2$.
- Určete vzájemnou polohu a společné body hyperboly o rovnici $x^2 - 4y^2 = 16$ a přímky dané rovnicí nebo parametrickým vyjádřením:
 - $x - 2 = 0$
 - $x = 4 - t$, $y = 1,5t$; $t \in \mathbb{R}$
 - $5x - 6y - 16 = 0$
 - $x = 1 + t$, $y = 3 + 2t$; $t \in \mathbb{R}$
 - $x = -2 + 2t$, $y = -3 + t$; $t \in \mathbb{R}$

13. Načrtněte grafy funkcí a určete definiční obory:

a) $f_1: y = \frac{1}{x} + 2$

b) $f_2: y = \frac{1}{x} - 3$

c) $f_3: y = 2 - \frac{3}{x}$

d) $f_4: y = \frac{1}{x+2}$

e) $f_5: y = \frac{1}{x-3}$

f) $f_6: y = \frac{-3}{x+2}$

g) $f_7: y = \frac{3x-2}{x-1}$

h) $f_8: y = \frac{-2x+3}{x-3}$

14. Je dána funkce $f: y = \frac{x-1}{x+2}$.

a) Určete její definiční obor.

b) Určete funkční hodnoty $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$.

c) Určete, pro která x je $f(x) = 2$.

d) Určete průsečíky jejího grafu se souřadnicovými osami.

e) Načrtněte její graf.

f) Určete její obor hodnot a popište její další vlastnosti.

15. Určete předpis pro lineární lomenou funkci, jejímž grafem je hyperbola se středem v bodě $S[-1, 2]$ procházející bodem $A[-2, -1]$.

16. Načrtněte graf a popište vlastnosti funkce $f: y = \left| \frac{x-1}{x-2} \right|$.

17. Ukažte, že grafem funkce $f: y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^4 - 1}$ je „téměř celá“ rovnoosá hyperbola.