

13. MNOHOSTĚNY A ROTAČNÍ TĚLESA

řezy těles (krychle, jehlan), povrchy a objemy hranolu, jehlanu, rotačních těles (válec, kužel), komolých těles (komolý jehlan a komolý kužel)

- Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou:
 - ACS_{GH}
 - $S_{FG}S_{GH}S_{AD}$
 - $S_{AD}S_{AB}S_{CG}$
 - $KLM : K \in AB \wedge |BK|=3|AK|, L = S_{GH}, M \in EH \wedge |HM|=3|EM|$
 - $RST : R \in BF \wedge |BR|=3|FR|, S = S_{AD}, T \in CG \wedge |GT|=3|CT|$
- Je dána krychle $ABCDEFGH$, $a = 4$ cm. Vypočítejte obvod a obsah mnohoúhelníku, který je shodný s řezem krychle rovinou:
 - $KLM, K \in AE \wedge |EK|=3|AK|, L = S_{BF}, M \in CG \wedge |CM|=3|GM|$
 - EGS_{AB}
 - $S_{CG}S_{EH}S_{AB}$
- Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, $|AB|=4$ cm, $v=6$ cm. Vypočítejte obvod a obsah mnohoúhelníku, který je shodný s řezem jehlanu rovinou:
 - BCS_{AV}
 - $AS_{CD}S_{DV}$
 - $S_{AV}S_{CV}B$
- Je dán pravidelný čtyřboký jehlan s délkou podstavné hrany $a = 6,5$ cm, stěnovou výškou $v_S = 7,5$ cm. Vypočítejte objem a obsah pláště.
- Je dán pravidelný čtyřboký jehlan s objemem $V = 212$ cm³ a délkou podstavné hrany $a = 7,2$ cm. Vypočítejte tělesovou v_t a stěnovou výšku v_S .
- Vypočítejte objem a povrch pravidelného šestibokého jehlanu, jehož podstavná hrana měří 3 cm a délka boční hrany je 6 cm.
- Vypočítejte objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana měří 4 cm. Odchylka boční hrany od roviny podstavy je 60°.
- V krychli $ABCDEFGH$, $a = 4$ cm spojte postupně vrcholy $ABCD$ se středem hrany EH , Vypočítejte objem jehlanu $ABCD S_{EH}$.
- Pravidelný šestiboký hranol má výšku 3 dm a objem 18 dm³. Určete jeho povrch.
- Vypočítejte povrch a objem pravidelného trojbokého jehlanu s délkou podstavné hrany 5 cm. Odchylka boční hrany od roviny podstavy je 40°.
- Délky hran čtyřbokého hranolu jsou v poměru $a:b:c=2:4:5$. Povrch hranolu je 57 cm². Vypočítejte jeho objem.
- Vypočítejte povrch a objem pravidelného pětibokého jehlanu s délkou podstavné hrany 6 cm. Odchylka boční hrany od roviny podstavy je 50°.
- Objem kvádrů $ABCDEFGH$ se čtvercovou podstavou je 64 cm³. Odchylka tělesové úhlopříčky AG od roviny podstavy je 45°. Vypočítejte jeho povrch.
- Vypočítejte povrch a objem pravidelného šestibokého hranolu. Délka podstavné hrany je 4 cm, výška hranolu je 6 cm.
- Vypočítejte délku podstavné hrany pravidelného pětibokého hranolu, jehož výška je stejná

jako délka podstavné hrany. Objem hranolu je 100 cm^3 .

16. Podstavná hrana pravidelného čtyřbokého hranolu je 10 cm. Tělesová úhlopříčka svírá s podstavnou hranou úhel 60° . Vypočítejte objem tělesa.
17. V bazénu tvaru kvádrů je 1500 hl vody. Určete rozměry dna, je-li hloubka vody 250 cm a jeden rozměr dna je o 4 m větší než druhý.
18. Zděný pilíř obdélníkového průřezu s rozměry 51 cm a 77 cm má výšku 3,25 m. Vypočítejte potřebný počet cihel na jeho zhotovení, jestliže na 1 m^3 je jich zapotřebí 400 kusů.
19. Je dán rotační kužel s objemem 3 dm^3 a poloměrem podstavy $r = 1,5 \text{ dm}$. Vypočítejte v , s , S .
20. Povrch rotačního kužele je $235,5 \text{ cm}^2$. Osovým řezem je rovnostranný trojúhelník. Vypočítejte objem tohoto kužele.
21. Hromada uhlí má tvar kužele o obvodu 31,5 m a straně 13 m. Kolik železničních vagónů potřebujeme na její odvezení, je-li hustota uhlí $\rho = 1,25 \text{ g.cm}^{-3}$ a nosnost jednoho vagónu je 10 tun?
22. Vypočítejte objem a povrch komolého rotačního kužele, jehož dolní podstava má poloměr r , horní podstava má poloměr poloviční a výška je rovna $\frac{2}{3}r$.
23. Vypočítejte poloměr podstavy válce a obsah pláště, znáte-li jeho objem $V = 120 \text{ cm}^3$ a výšku $v = 4 \text{ cm}$.
24. Válcová cisterna má délku 8 m a obsahuje 400 hl benzínu. Jaký je její vnitřní průměr?
25. Obvod podstavy rotačního válce je tak velký jako jeho výška. Jaký je průměr dna a výška válce o objemu 1 litr?
26. Rotační kužel a válec mají společnou kruhovou podstavu, vrchol kužele je středem horní podstavy válce. Poměr povrchů válce a kužele je 7:4. Určete poměr objemů.
27. Rotační komolý kužel má poloměry podstav 17 cm a 5 cm, jeho strana má od roviny podstavy odchylku 60° . Určete
 - a) objem tohoto komolého kužele
 - b) objem a povrch kužele, z něhož tento komolý kužel vznikl.
28. Pravidelný komolý jehlan má podstavné hrany délek 6 cm a 4 cm. Boční stěna svírá s rovinou podstavy úhel 60° . Určete
 - a) objem tohoto komolého jehlanu
 - b) objem a povrch jehlanu, z něhož tento komolý jehlan vznikl.
29. Určete povrch a objem rotačního kužele o výšce v , jehož strana má od podstavy odchylku α .
30. Z kmene o průměru d a délce l vyřízneme největší možný trám čtvercového průměru. Kolik % tvoří odpad.
31. Dva rotační válce mají výšky 64 cm a 27 cm. Plášť každého z nich má stejný obsah jako podstava druhého válce. V jakém poměru jsou objemy obou válců.

32. Pravidelnému čtyřbokému jehlanu, jehož všechny hrany mají délku a je opsán rotační kužel. V jakém poměru jsou obsahy pláštěů obou těles.
33. Při daném objemu V má rotační válec minimální povrch S . Určete rozměry válce.
34. Dokažte vzorec pro výpočet objemu rotačního kužele pomocí infinitezimálního počtu.
35. Vypočítejte objem rotačního tělesa rotujících kolem křivek $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=4$ kolem osy x .