

## 20. ROVINA A JEJÍ ČÁSTI

obecný tvar a parametrické vyjádření roviny, vektorový součin, normálový vektor roviny, vzájemná poloha bodu a roviny, přímky a roviny, vzájemná poloha dvou rovin, odchylka dvou rovin, řezy rovin

1. Napište parametrické vyjádření roviny, která je určena přímkou  $p$  a bodem  $Q$ , je-li dáno:  
 $Q [1; -3; 1]$ ,  $p: x = 1 - t, y = -1 - 3t, z = 4 + 2t, t \in \mathbb{R}$ .
2. Zjistěte, zda bod  $X [-1; -1; 3]$  leží v rovině určené body  $A [1; 2; -1]$ ,  $B [3; 1; 1]$ ,  $C [-1; 1; 0]$ .
3. Napište parametrické vyjádření roviny  $ABC$ :  
a)  $A [1; 0; 1]$ ,  $B [1; 2; 3]$ ,  $C [2; 3; -1]$   
b)  $A [3; 1; 1]$ ,  $B [2; -1; 0]$ ,  $C [1; 0; 3]$
4. Napište parametrické vyjádření roviny  $ABC$ , jestliže  $A [2; -1; 4]$ ,  $B [1; 1; 5]$ ,  $C [5; -1; 2]$ .  
Určete první souřadnici bodu  $E [x; 3; -2]$  ležícího v rovině  $ABC$ .
5. Zapište obecnou rovnici roviny  $ABC$ :  
a)  $A [1; 0; 2]$ ,  $B [-1; 1; -2]$ ,  $C [3; 2; 0]$                       b)  $A [1; 1; 4]$ ,  $B [-1; 2; 1]$ ,  $C [0; -1; 0]$   
c)  $A [2; 3; 1]$ ,  $B [1; 0; 1]$ ,  $C [-3; -2; -1]$                       d)  $A [1; -1; 2]$ ,  $B [3; 1; 1]$ ,  $C [-1; -3; 3]$
6. Určete číslo  $r$  tak, aby rovina  $5x - y + z + r = 0$  procházela bodem  $A [4; 2; 7]$ .
7. Jakou obecnou rovnici má rovina s parametrickým vyjádřením  
 $x = 1 - t, y = -3 + s, z = t - s, t, s \in \mathbb{R}$ ?
8. Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , která je určena bodem  $A [4; -1; 2]$  a přímkou  $p$  s parametrickým vyjádřením  $p: x = 5 + t, y = 1 + 3t, z = 2 - t, t \in \mathbb{R}$ .
9. Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , ve které leží body  $A [-1; 2; 4]$ ,  $B [-2; 4; -3]$  a která je rovnoběžná s přímkou  $p: x = 3 - 4t, y = 1 - t, z = 5 - t, t \in \mathbb{R}$ .
10. Jsou dány body  $L [3; -2; 5]$ ,  $M [-2; 5; -4]$  a rovina  
 $\rho: x = 1 + t + s, y = 2 - t - 3s, z = 4 + t - 3s, t, s \in \mathbb{R}$ . Určete obecnou rovnici roviny  $\sigma$ , ve které leží body  $L, M$  a která je kolmá k rovině  $\rho$ .
11. Společným bodem rovin  $\alpha, \beta, \gamma$  veďte rovinu  $\rho$  rovnoběžnou s rovinou  $\delta$ .  
 $\alpha: 3x - y + z + 1 = 0, \quad \beta: -x + 2y - z - 5 = 0,$   
 $\gamma: x = -8 + r - 3s, y = -1 + r, z = 2 + 3s; r, s \in \mathbb{R},$   
 $\delta: x = 6 - 5t + 3u, y = 2 + 4t - u, z = 1 - t; t, u \in \mathbb{R}.$
12. Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu mají roviny  $\rho$  a  $\sigma$ . Jsou-li různoběžné, určete jejich průsečnici.  
a)  $\rho: 2x - 3y + z - 4 = 0, \sigma: 4x + y - 5z + 3 = 0$   
b)  $\rho: x + 2y - z + 1 = 0, \sigma: -2x - 4y + 2z + 3 = 0$   
c)  $\rho: 2x + 3y - 4z + 2 = 0, \sigma: -x - \frac{3}{2}y + 2z - 1 = 0$
13. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem  $M$  a je rovnoběžná s rovinou  $\sigma$ .  
a)  $M [3; 1; 2], \sigma: 2x + 3y - z + 1 = 0$   
b)  $M [1; 1; 0], \sigma: x - y - 1 = 0$

14. Napište rovnici roviny, která je
- rovnoběžná s rovinou  $\rho: x - 2y + z - 4 = 0$  a prochází bodem  $M[-1; -1; 2]$
  - kolmá s rovinou  $\sigma: x + 2y - 2z + 4 = 0$  a prochází body  $M[2; 1; -1]$  a  $T[-1; 1; 2]$
15. Napište rovnici roviny, která prochází bodem  $M[4; 3; 2]$  a je kolmá na přímku  
 $p: x = 3 + 2t, y = 11 + 7t, z = 1 + 3t, t \in \mathbb{R}$ .
16. Vyšetřete vzájemnou polohu roviny  $\rho$  a přímky  $p$ , jestliže jsou dána jejich parametrická vyjádření:
- $\rho: x = 4 + 3r + s, y = -5 - 3r + 3s, z = 2 - r - 7s; r, s \in \mathbb{R}$   
 $p: x = 5 - t, y = 6, z = -3 + 2t, t \in \mathbb{R}$
  - $\rho: x = -1 - r + 3s, y = 1 + 3r - 6s, z = 2 - 3r + 4s; r, s \in \mathbb{R}$   
 $p: x = 4 + 3t, y = 3 + 2t, z = -6 - 4t, t \in \mathbb{R}$
17. Určete vzdálenost bodu  $P[3; -2; -1]$  od roviny  $\rho: 2x - 6y + 3z - 1 = 0$ .
18. Vypočítejte odchylku  $\varphi$  přímky  $AB$  a roviny  $\rho$ , je-li  $A[1; 0; 7], B[3; -3; 6]$ ,  
 $\rho: 2x - 3y + z + 4 = 0$ .
19. Určete průsečík  $P$  roviny  $\rho$  a kolmice vedené k rovině  $\rho$  z bodu  $M$ .
- $M[5; 5; -2], \rho: 2x + 3y - z + 1 = 0$
  - $M[-2; 0; 8], \rho: -x - y + 2z = 0$
20. Určete bod  $M'$  souměrný k bodu  $M$  podle roviny  $\rho$
- $M[5; 1; 4], \rho: 2x - y + z - 1 = 0$
  - $M[3; -2; 11], \rho: x - 3z = 0$
21. Napište parametrické rovnice přímky  $p$ , která prochází bodem  $P$  a je kolmá k rovině  $ABC$ .
- $P[1; -3; 0], A[1; 1; 2], B[2; -1; 0], C[3; 0; -2]$
  - $P[2; 1; -1], A[3; 1; 2], B[1; 2; -1], C[2; -1; 1]$
22. Je dán čtyřstěn  $ABCD: A[0; 1; 3], B[1; 0; 2], C[-2; -1; 5], D[0; -2; -6]$ . Vypočítejte
- odchylku přímky  $AD$  a roviny  $ABC$
  - odchylku roviny  $ABC$  a roviny  $ABD$
  - odchylku přímky  $DC$  a roviny  $ABD$
  - odchylku roviny  $ABC$  a roviny  $BCD$
  - obsah stěny  $ABC$
  - objem čtyřstěnu  $ABCD$
23. Je dána rovina  $\rho: 2x - y + 2z - 6 = 0$ .
- Určete odchylku přímky  $p$  od roviny  $\rho$ , jestliže:  $p: x = 1 - 3t, y = 2 - 4t, z = 3 + t, t \in \mathbb{R}$ .
  - Určete odchylku rovin  $\rho$  a  $\sigma$ , jestliže:  $\sigma: 3x + 4y - z + 2 = 0$ .
  - Napište obecnou rovnici roviny  $\pi$ , která je rovnoběžná s rovinou  $\rho$  a její vzdálenost od roviny  $\rho$  je 2.
  - Určete průsečíky roviny  $\rho$  se souřadnicovými osami.
24. Sestrojte řez krychle  $ABCDEFGH$  rovinou:
- $ACS_{GH}$
  - $S_{FG}S_{GH}S_{AD}$
  - $S_{AD}S_{AB}S_{CG}$
  - $KLM: K \in AB \wedge |BK| = 3|AK|, L = S_{GH}, M \in EH \wedge |HM| = 3|EM|$
  - $RST: R \in BF \wedge |BR| = 3|FR|, S = S_{AD}, T \in CG \wedge |GT| = 3|CT|$

25. Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Sestrojte průsečík:
- přímky  $S_{AC}S_{EG}$  s rovinou  $BCE$
  - přímky  $FD$  s rovinou  $S_{GH}S_{CGM}$ ;  $M \in EF \wedge |FM| = 3|EM|$
  - přímky  $EC$  s rovinou  $AS_{BF}M$ ;  $M \in EH \wedge |EM| = 3|MH|$
26. Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Sestrojte průsečnici rovin:
- $ACE, AFH$
  - $EGS_{BC}, BHF$
  - $ABG, HFS_{AD}$
27. Je dána krychle  $ABCDEFGH$  o hraně  $a = 4$  cm. Vypočítejte vzdálenost:
- bodu  $F$  od roviny  $BEH$
  - bodu  $F$  od roviny  $BCS_{AE}$
  - bodu  $E$  od roviny  $S_{EH}S_{EF}S_{AB}$
28. Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Vypočítejte odchylku přímky od roviny:
- $BH, ABC$
  - $BH, BCF$
  - $AG, BCG$
  - $AS_{EG}, BDH$
  - $AS_{EG}, BCF$