

23. UŽITÍ MATEMATIKY V PRAXI

trigonometrie, využití geometrické posloupnosti ve finančnictví, minimaxové úlohy

1. Vrchol věže stojící na rovině vidíme z určitého místa A ve výškovém úhlu $\alpha = 39^\circ 25'$. Přijdeme-li směrem k jeho patě o 50 m blíž na místo B , vidíme z něho vrchol věže ve výškovém úhlu $\beta = 58^\circ 42'$. Jak vysoká je věž?
2. Dvě přímé cesty se křižují v úhlu $\alpha = 53^\circ 30'$. Na jedné z nich stojí dva sloupy, jeden na křižovatce, druhý ve vzdálenosti 500 m od ní. Jak daleko je třeba jít do křižovatky po druhé cestě, aby byly vidět oba sloupy v zorném úhlu
a) $\beta = \alpha$, b) $\beta = 15^\circ$
3. Sílu o velikosti $F = 465$ N rozložte na dvě složky tak, aby s ní svíraly úhly o velikostech $\alpha = 69^\circ 30'$ a $\beta = 74^\circ 10'$. Vypočítejte velikosti složek.
4. Ze dvou míst M, N na vodorovné rovině vzdálených od sebe 3,1 km byl pozorován mrak nad spojnicí obou míst ve svislé rovině ve výškových úhlech $\alpha = 78^\circ 40'$, $\beta = 63^\circ 50'$. Jak vysoko byl mrak?
5. Na vrcholu hory stojí věž hradu vysoká $v = 30$ m. Křižovatku silnic v údolí vidíme z vrcholu věže a od její paty v hloubkových úhlech $\alpha = 32^\circ 50'$, $\beta = 30^\circ 10'$. Jak vysoko je vrchol hory nad křižovatkou?
6. Vypočítejte šířku řeky, na jejímž jednom břehu byla změřena vzdálenost bodů A, B , $|AB| = 50$ m. Z koncových bodů úsečky AB je vidět bod C na druhém břehu pod úhly $\alpha = 32^\circ 30'$, $\beta = 42^\circ 10'$ vzhledem k úsečce AB .
7. Z pozorovatelný 15 m vysoké a vzdálené 30 m od břehu řeky se jeví šířka řeky v zorném úhlu $\alpha = 15^\circ$. Vypočítejte šířku řeky.
8. Kosmická loď byla sledována radarovým zařízením ze Země. Při výškovém úhlu $\alpha = 20^\circ 35'$ byla naměřena vzdálenost $d = 520$ km. V jaké výšce nad Zemí (poloměr Země $R = 6378$ km) byla loď v okamžiku pozorování?
9. Dvě loďky jsou zaměřeny z výšky 150 m nad hladinou jezera pod hloubkovými úhly o velikostech $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 39^\circ$. Vypočítejte vzdálenost mezi oběma loďkami, jestliže zaměřovací přístroj a obě loďky jsou v rovině kolmé k hladině jezera.
10. Na vrcholu kopce stojí rozhledna 35 m vysoká. Patu i vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikostech $\alpha = 28^\circ$, $\beta = 31^\circ$. Jak vysoko je vrchol kopce nad rovinou pozorovacího místa?
11. Z místa A ležícího ve výšce 158 m nad vodorovnou rovinou procházející patou věže je vidět vrchol věže pod hloubkovým úhlem $\alpha = 19^\circ 10'$ a patu věže pod hloubkovým úhlem $\beta = 28^\circ 30'$. Určete výšku věže.
12. Vypočítejte výšku stožáru, jehož patu vidíme v hloubkovém úhlu o velikosti $11^\circ 23'$ a vrchol ve výškovém úhlu o velikosti $28^\circ 57'$. Stožár je pozorován z jednoho místa 10 m nad rovinou paty stožáru.
13. Určete velikost zorného úhlu, pod nímž vidí pozorovatel předmět 12 m dlouhý, je-li od jednoho jeho konce vzdálen 15 m a od druhého 24 m.

14. Dva turisté se vydají ve stejnou dobu z jednoho místa po přímých cestách, které spolu svírají úhel 50° . První turista jde rychlostí $6 \frac{km}{h}$ a druhý rychlostí $8 \frac{km}{h}$. Určete vzdušnou vzdálenost obou turistů po 12 minutách.
15. Dvě obce A, B jsou odděleny lesem. Obě jsou viditelné z obce C , která je s oběma obcemi spojena přímými cestami. Jak dlouhá je projektovaná cesta z A do B , je-li:
 $|AC|=2003 m, |BC|=1593 m, \sphericalangle ACB=63^\circ 23'$.
16. Podnikatel chce získat na začátku příštího roku od banky úvěr na 1 rok, s jednorázovou splatností po jednom roce. Banka nabízí úvěr s úrokovou mírou 11,4%; úrokovací období je čtvrt roku, úročí se na konci každého kalendářního čtvrtletí, jde o složené úročení. Podnikatel předpokládá, že za rok bude mít na splacení dluhu 4 miliony korun. Kolik korun si může maximálně vypůjčit?
17. Máme volný kapitál 24000 Kč, který chceme zvýšit na 25000 Kč. Jako jedna z možností se nabízí uložit peníze na termínovaný vklad na 1 měsíc s revolvingem (úroky by byly připisovány k vkladu). Úrokovací období je v tomto případě 1 měsíc. Předpokládáme, že úroková míra by byla po celou dobu neměnná a činila by 3%. Za jak dlouho bychom se dočkali částky, která není nižší než 25000 Kč?
18. Potřebovali bychom, aby se náš kapitál 10000 Kč zvýšil za 2 roky na 15000 Kč. Předpokládáme, že bychom peníze uložili na termínový vklad na 2 roky a že by banka úročila jednou měsíčně; šlo by o složené úročení. Jak vysokou úrokovou míru by nám musela banka nabídnout, aby splnila náš požadavek?
19. Klient banky si založil dne 4.3. vkladní knížku a uložil na ni 7200 Kč. Dne 12.6. vložil na knížku částku ve výši 12500 Kč a dne 14.10. částku 9400 Kč. Úrokovací období je 1 rok, banka úročí na konci kalendářního roku. Kolik korun by měl klient na vkladní knížce na konci kalendářního roku po připsání zdaněného úroku? Úroková míra byla po celý rok neměnná a činila 2,4%. Klient žádné peníze během roku z knížky nevybíral.
20. Klient dal příkaz bance, aby mu na začátku příštího roku založila spořicí účet a ukládala na něj od ledna pravidelně jednou měsíčně, vždy 10. dne v měsíci částku 2500 Kč. (Převod peněz bude realizován z klientova běžného účtu.) Vypočítejte, kolik korun bude mít klient na spořicím účtu na konci kalendářního roku pro zúročení bankou. Banka úročí jednou čtvrtletně, vždy na konci kalendářního čtvrtletí. Předpokládejte neměnnou úrokovou míru ve výši 2%.
21. Získali jsme od banky účelový spotřebitelský úvěr na nákup sportovních potřeb ve výše 70000 Kč na 36 měsíců s úrokovou mírou 12,5%. Úvěr budeme splácet měsíčními anuitami. Úrokovací období je 1 měsíc. První úročení a první splátka budou realizovány za 1 měsíc po poskytnutí úvěru. Banka nám sdělila, že anuitní splátka bude činit 2342 Kč. (Splátky jsou zaokrouhleny na koruny.)
- Zkontrolujte si, zda je výše anuity správně určena.
 - Zjistěte, kolik korun celkem budeme muset bance ve splátkách zaplatit a kolik korun z toho bude činit úrok.
 - Vypočítejte, o kolik procent je celková splátka vyšší než poskytnutý úvěr.
22. Klient hypoteční banky získal hypoteční úvěr na stavbu domku ve výši 1,8 milionu korun na dobu 15 let. Úvěr bude splácet měsíčními anuitami. Předpokládáme, že po celou dobu splacení úvěru bude úroková míra 5,29%.
- Vypočítejte, kolik korun bude v takovém případě činit výše anuity.
 - Kolik korun celkem klient za 15 let hypoteční bance měsíčními anuitami splatí?

23. Nádrž na vodu má mít tvar kvádrů se čtverečným dnem s objemem 256 m^3 . Určete rozměry nádrže tak, aby byla minimální spotřeba na její vyzdění.
24. Je dán kartón papíru o rozměrech 60 a 28. Vystřihneme čtyři rohy tak, aby po vystřížení kartónu vznikla krabička (bez víčka) s co největším objemem.
25. Na přímce $y = 3x - 1$ najděte bod P , jehož vzdálenost od bodu $A [1; -2]$ je co nejmenší.
26. Objem válcové nádoby je 1 litr. Vypočtete minimální povrch této nádoby.
27. Určete rozměry otevřeného bazénu se čtvercovým dnem o objemu 32 m^3 tak, aby na jeho stěny a dno bylo potřeba co nejméně materiálu.
28. Do koule o poloměru r vepište rotační válec o maximálním objemu. Určete rozměry válce.